

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Вариант № 587

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырех заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

## ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "X" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Упростите выражение  $1,8m^{\frac{5}{9}} : \left(9m^{\frac{7}{9}}\right)$ .

- 1)  $2m^{\frac{5}{7}}$       2)  $0,2m^{\frac{5}{7}}$       3)  $0,2m^{-\frac{2}{9}}$       4)  $2m^{-\frac{2}{9}}$

A2 Найдите значение выражения  $\sqrt[3]{64a}$ , если  $\sqrt[3]{a}=0,27$ .

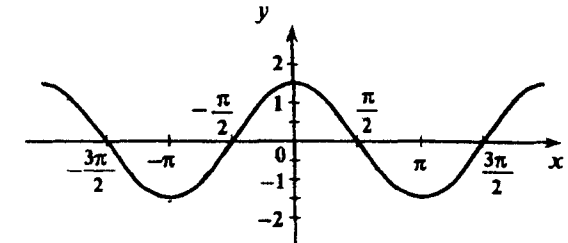
- 1) 1,08      2) 1,2      3) 10,8      4) 21,6

A3 Найдите значение выражения  $\log_n(n^5k)$ , если  $\log_n k=10$ .

- 1) 0,5      2) -5      3) 50      4) 15

A4 На рисунке изображен график одной из перечисленных ниже функций. Укажите эту функцию.

- 1)  $y = \frac{2}{3} \cos x$   
 2)  $y = 1,5 \cos x$   
 3)  $y = 1,5 \sin x$   
 4)  $y = \frac{2}{3} \sin x$



**A5** Найдите производную функции  $y = \frac{5x}{x-4}$

1)  $y' = \frac{20}{(x-4)^2}$

2)  $y' = -\frac{20x}{(x-4)^2}$

3)  $y' = -\frac{20}{(x-4)^2}$

4)  $y' = \frac{10x-20}{(x-4)^2}$

**A6** Какое из следующих чисел входит в множество значений функции  $y = 3^x + 3^y$

- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4

**A7** Решите неравенство  $\frac{x^2-36}{4-x} \geq 0$ .

- 1)  $[-6; 4) \cup [6; +\infty)$   
 2)  $[-6; 4] \cup [6; +\infty)$   
 3)  $(-\infty; -6] \cup (4; 6]$   
 4)  $(-\infty; -6] \cup [4; 6]$

**A8** Расположите в порядке возрастания  $\cos 159^\circ; \cos 148^\circ; \cos 162^\circ$ .

- 1)  $\cos 159^\circ; \cos 148^\circ; \cos 162^\circ$   
 2)  $\cos 162^\circ; \cos 159^\circ; \cos 148^\circ$   
 3)  $\cos 162^\circ; \cos 148^\circ; \cos 159^\circ$   
 4)  $\cos 148^\circ; \cos 159^\circ; \cos 162^\circ$

**A9** Найдите область определения функции  $y = \sqrt[3]{\log_{19} x - 1}$ .

- 1)  $(0, 19]$                       2)  $(0, \frac{1}{3}]$                       3)  $[1; +\infty)$                       4)  $[19; +\infty)$

**A10** Решите уравнение  $\sin 4x \cos 3x - \cos 4x \sin 3x = 1$ .

- 1)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$   
 2)  $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$   
 3)  $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$   
 4)  $(-1)^n \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

*Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**B1** Решите уравнение  $\sqrt{2x^2 - 9x - 1} + 3 = x$ .

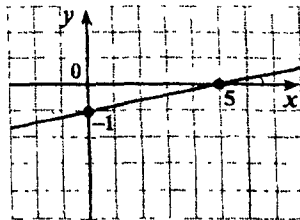
**B2** Вычислите  $\sqrt[3]{105} \cdot \sqrt[3]{\frac{49}{15}}$ .

**B3** Найдите значение выражения  $0,3^{4a}$ , если  $0,3^a = 2$ .

**ЧАСТЬ 2**

**B4** Решите уравнение  $\ln x \cdot \lg x = 4 \cdot \ln 10$ .  
 (Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их сумму.)

**B5** На рисунке изображена касательная, проведенная к графику функции  $y=f(x)$  в его точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y=f(x)$  в точке  $x_0$ .



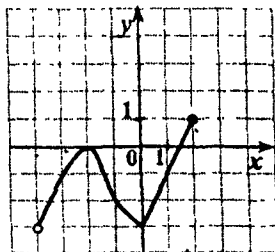
**B6** Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{x^2 - 5x - 24}{\sqrt{64 - x^2} + 7} > 0.$$

**B7** Найдите значение выражения  $\frac{64^{\sin \alpha} - 25}{8^{-\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)} + 5} + 5,9 \cdot 8^{\sin \alpha}$  при  $\alpha = \frac{5\pi}{7}$ .

**B8** Функция  $y=f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 6. На рисунке изображен график этой функции при  $x \in (-4; 2]$ . Найдите значение выражения

$$\frac{f(-23) - f(29)}{f(15)}.$$



**\*B9** За 10 км до станции назначения поезд был задержан у семафора на 3 минуты. Затем машинист увеличил на 10 км/ч скорость, с которой поезд ехал до остановки, и поэтому поезд прибыл в пункт назначения по расписанию. С какой скоростью ехал поезд после остановки?

**\*B10** Сторона основания правильной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 1, боковое ребро равно  $\sqrt{47}$ . Найдите синус угла между прямой  $A_1C$  и плоскостью боковой грани  $ABB_1A_1$ .

**\*B11** В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания окружности с большим основанием делит это основание на отрезки 4 и 8. Найдите площадь трапеции.

Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

**C1** Сравните значения функции  $f(x) = 196 - 27x - 0,25x^4$  при  $x = -2\frac{27}{29}$  и при  $x = -2\frac{28}{29}$ .

**C2** Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций  $y = \log_{4x^2+3x}(6x^2-5x+6)$  и  $y = \log_{4x^2+3x}(2x^2+5)$ .

### ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

**C3** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{(2 \log_3(x(\pi - 4x)) + 6) - a}{a - (3 \operatorname{tg} x + \sqrt{7} \operatorname{ctg} x + 2)} \leq 0$  не имеет решений.

**\*C4** Дан конус с вершиной  $M$  и центром основания  $O$ . Радиус основания конуса равен 4,  $AB$  и  $CD$  – диаметры,  $\angle AOC = 60^\circ$ ,  $\angle AMC = \alpha$  и  $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . На дуге  $BC$  окружности основания конуса, не содержащей точки  $A$ , выбрана точка  $L$  так, что объем пирамиды  $MACLBD$  наибольший. Найдите расстояние от точки  $L$  до плоскости  $AMC$ .

**C5** Функция  $y=f(x)$  задана равенством

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 \frac{x-49}{x+3} - 6, & \text{если } x \leq -4 \\ -\frac{23+6x}{4+x}, & \text{если } x > -4 \end{cases}$$

Найдите все целые числа, которые являются корнями уравнения  $f(f(x)) = x$ .

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант № 322

## Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (A1 – A10 и B1 – B3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию A1 – A10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям B1 – B3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (B4 – B11, C1, C2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям B4 – B11 надо дать краткий ответ, к заданиям C1 и C2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (C3, C5) и одно – геометрическое (C4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение четырёх заданий (B9, B10, B11, C4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

## ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий A1 – A10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "x" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Найдите значение выражения  $9^{-a} 9^{5a}$  при  $a = \frac{1}{8}$

- 1)  $4\frac{1}{2}$       2)  $\frac{1}{3}$       3) 3      4)  $\frac{1}{81}$

A2 Упростите выражение  $\sqrt[5]{11^5 b^{15}}$

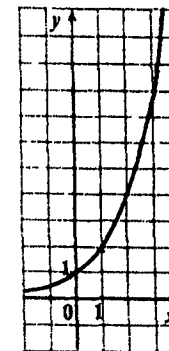
- 1)  $11^{25} b^{75}$       2)  $b^{10}$       3)  $11^{10} b^{20}$       4)  $11b^3$

A3 Найдите значение выражения  $\log_3(t^3)$ , если  $\log_3 t = 2,7$

- 1) 8,1      2) 5,7      3) 2,7      4) 0,9

A4 На рисунке изображен график одной из данных функций. Укажите эту функцию.

- 1)  $y = 7^x$   
2)  $y = 2^x$   
3)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$   
4)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



A5 Найдите производную функции  $y = 12 \ln x - x^{15}$

- 1)  $y' = -\frac{12}{x} - 15x^{14}$   
2)  $y' = 12x - 15x^{14}$   
3)  $y' = \frac{12}{x} - 15x$   
4)  $y' = \frac{12}{x} - 15x^{14}$

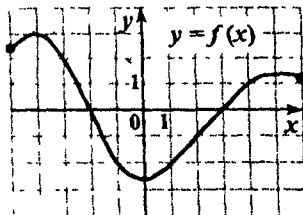
**A6** Найдите наибольшее целое значение функции  $y = 6,3 \sin x$ .

- 1) 1                      2) 6                      3) 0                      4) 7

**A7** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 25}{5x - 32} < 0$ .

- 1)  $(-6,4; -5) \cup (5; +\infty)$   
 2)  $(-5; 5) \cup (6,4; +\infty)$   
 3)  $(-\infty; -6,4) \cup (-5; 5)$   
 4)  $(-\infty; -5) \cup (5; 6,4)$

**A8** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-5; 6]$ . Укажите те значения  $x$ , для которых выполняется неравенство  $f(x) \geq 2$ .



- 1)  $[2; 3]$   
 2)  $[-5; -2] \cup [3; 6]$   
 3)  $[-5; -3]$   
 4)  $[2; 6]$

**A9** Решите уравнение  $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{10}\right) = -1$ .

- 1)  $-\frac{7\pi}{20} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 2)  $-\frac{3\pi}{20} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 3)  $\frac{3\pi}{20} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 4)  $\frac{7\pi}{20} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

**A10** Решите неравенство  $\log_3(x-1) \leq 4$ .

- 1)  $(1; 82]$   
 2)  $(-\infty; 80]$   
 3)  $(1; 12]$   
 4)  $[0; 81]$

*Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**B1** Решите уравнение  $4^{x+2} - 3 \cdot 4^x = 208$ .

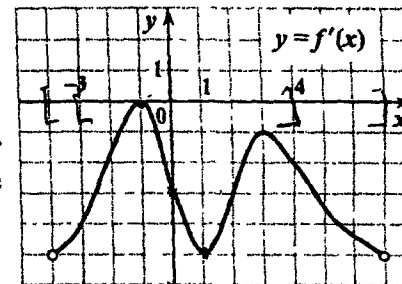
**B2** Решите уравнение  $\sqrt{3x+10} = x+2$ .

**B3** Найдите значение выражения  $3 \cos^2 \alpha - 5 \sin^2 \alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,5$ .

**ЧАСТЬ 2**

**B4** Упростите выражение  $\frac{5 \cos 2\alpha}{5 \cdot 25^{-\sin^2 \alpha}}$ .

**B5** Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 7)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $x_0$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наименьшее значение на отрезке  $[-3; 4]$ .



**B6** Найдите количество целочисленных решений неравенства

$$\frac{\log_{\frac{1}{72}}(8x)+1}{9+\sqrt{36-x^2}} \geq 0.$$

## ЧАСТЬ 3

**B7** Решите уравнение  $\sqrt[4]{6x-17} + 5(6x-17)^{\frac{1}{8}} - 6 = 0$ .  
(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их сумму.)

**B8** Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 6. При  $-1 < x \leq 5$  она задается формулой  $f(x) = |1-x| - 3$ . Найдите значение выражения  $8f(-14) - 3f(12)$ .

**\*B9** В разгар летнего сезона ягоды дешевеют на 30% по сравнению с началом сезона, а сахар дорожает на 20%, в результате чего приготовление варенья из ягод по определенному рецепту обходится на 10% дешевле. Сколько процентов от стоимости варенья (приготавливаемого по тому же рецепту) составляет стоимость ягод в начале сезона?

**\*B10** Основание прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  – треугольник  $ABC$ , в котором  $AC = BC = 6\sqrt{2}$ ,  $\angle BAC = 45^\circ$ . На ребре  $CC_1$  отмечена точка  $M$  так, что  $CM : MC_1 = 3 : 4$ . Найдите тангенс угла между плоскостями  $ABC$  и  $ABM$ , если расстояние между прямыми  $BC$  и  $A_1C_1$  равно 21.

**\*B11** В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC$  отмечена точка  $K$  так, что  $\angle ABK = \angle ACB$ ,  $AK = 1$ ,  $KC = 8$ . Найдите площадь треугольника  $ABK$ , если  $\cos \angle A = 0,6$ .

*Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.*

**C1** Найдите наибольшее значение функции  $f(x) = 0,25(x^2 + 4)(x+2)(x-2) - 2x^2$  при  $|x+1,5| \leq 1,5$ .

**C2** Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения  $2x+7$  и  $\frac{7\sqrt{4x^2+15x+14}}{\sqrt{4x+7}}$  принимают равные значения.

*Для записи ответов на задания C3 – C5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.*

**C3** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $\frac{a - (4 \cos \sqrt{x-81} - 1)}{(x^{\frac{1}{4}} + 3\sqrt{10} \cdot x^{-\frac{1}{4}} - 3) - a} \leq 0$  не имеет решений.

**\*C4** Дан конус с вершиной  $M$ , радиус основания которого равен 8. В основание этого конуса вписан шестиугольник  $ABCDEF$  так, что углы  $AMB$ ,  $BMC$ ,  $CMD$ ,  $DME$ ,  $EMF$ ,  $FMA$  равны  $\alpha$  каждый, причем  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{2}{11}}$ . На дуге  $BC$  окружности основания конуса, не содержащей точки  $A$ , выбрана точка  $L$  так, что объем пирамиды  $MABLCDEF$  наибольший. Найдите расстояние от точки  $L$  до плоскости  $ABM$ .

**C5** Для чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{30}$  верны равенства  $a_{n+1} = f(a_n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, 29$ . Найдите  $a_7 + a_{17} + a_{27}$ , если известно, что  $a_{30} = 0$ , а  $f(x) = \begin{cases} \frac{36}{12-x} - 2, & \text{если } x < 1 \\ 3 \cos(0,1\pi x + 0,9\pi) - 3, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$